

## Éléments de correction :

### Partie A

1. Soit  $x$  la position d'une personne le long de cette route qui peut choisir indifféremment A ou B. Pour une personne située au-delà de B, le coût de déplacement aller-retour pour se rendre à la boulangerie A est d'au moins  $(7-2) \times 0,05 \times 2 = 0,5$ . Ce qui est plus que l'écart de prix entre les deux baguettes. On peut donc supposer  $2 \leq x \leq 7$ .  
Le coût d'une baguette A :  $1 + 2 \times 0,05(x-2) = 0,1x + 0,8$ .  
Le coût d'une baguette B :  $1,2 + 2 \times 0,05(7-x) = -0,1x + 1,9$ . Or  
 $0,1x + 0,8 = -0,1x + 1,9 \Leftrightarrow x = 5,5$ .  
Autrement dit la personne située à 5,5 km peut choisir indifféremment A ou B.  
On peut supposer que cette personne ira au plus prêt à savoir dans la boulangerie B (puisqu'elle est située à 1,5 km de B contre 3,5 km).

Il y a 550 personnes qui vont choisir la boulangerie A et 451 personnes la boulangerie B.

Bénéfice quotidien réalisé par la boulangerie A :  $(1-0,3) \times 550 = 385$  euros. Bénéfice quotidien réalisé par la boulangerie B :  $(1,2-0,3) \times 451 = 405,90$  euros.

2. a) Soit  $x$  l'abscisse d'une personne et  $p$  le prix de la baguette de la boulangerie B.

Premier cas:  $7 \leq x \leq 10$

Le coût d'une baguette A est :  $1 + 0,1(x-5) = 0,1x + 0,5$ .

Le coût d'une baguette B est :  $p + 0,1(x-7) = 0,1x + p - 0,7$ .

Cette personne choisit la boulangerie B si seulement si  $p - 0,7 \leq 0,5 \Leftrightarrow p \leq 1,2$ .

On en déduit que si  $p > 1,2$  alors le bénéfice de la boulangerie B est nul. La boulangerie B doit donc choisir  $p \leq 1,2$ .

Deuxième cas:  $5 \leq x \leq 7$

Le coût d'une baguette A est :  $1 + 0,1(x-5) = 0,1x + 0,5$

Le coût d'une baguette B est :  $p + 0,1(7-x) = -0,1x + p + 0,7$ .

or  $0,1x + 0,5 = -0,1x + p + 0,7 \Leftrightarrow x = 5p + 1$  c'est la position d'une personne qui peut choisir indifféremment A ou B. (remarque : quand  $x \in [5; 7]$ , on a  $p \in [0,8; 1,2]$ ).

Le nombre de personnes choisissant la boulangerie B est donc :

$$100(10 - (5p + 1)) + 1 = 100(9 - 5p) + 1$$

Bénéfice réalisé par la boulangerie B :  $(p - 0,3)((9 - 5p) \times 100 + 1) = -500p^2 + 1051p - 270,3$

Cette fonction admet un maximum quand  $p = \frac{1051}{2 \times 500} = 1,051$  soit 1,05 arrondi au centime près,

qui est bien dans l'intervalle  $[0,8; 1,2]$ , le bénéfice correspondant est alors 282 €.

Troisième cas :  $0 \leq x \leq 5$

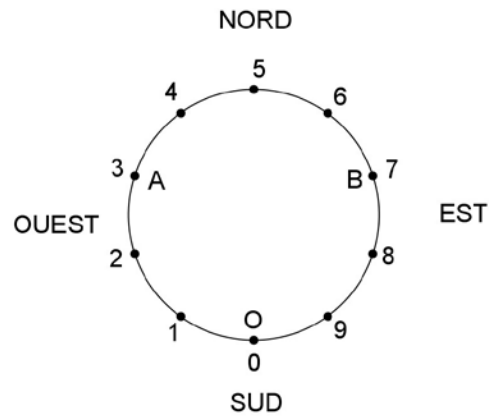
Le coût d'une baguette A est :  $1 + 0,1(5-x) = -0,1x + 1,5$ .

Le coût d'une baguette B est :  $p + 0,1(7-x) = -0,1x + 0,7 + p$ .

Le consommateur ira vers B si et seulement si :  $0,7 + p < 1,5 \Leftrightarrow p < 0,8$ .

Conclusion : De ces trois cas on conclut que le bénéfice pour la boulangerie B est maximal lorsque  $p = 1,05$  au centime près. Il est alors égal à 282€.

## Partie B



On appelle abscisse d'un point M du périphérique la distance à parcourir dans le sens des aiguilles d'une montre pour rejoindre M à partir de O. On note  $x$  l'abscisse du consommateur.

Cas de figure	Coût $A(x)$ à la boulangerie A	Coût $B(x)$ à la boulangerie B	Solution de l'équation $A(x)=B(x)$
$x \in [0; 2]$	$0,1(3-x)+1$	$0,1(3+x)+1,2$	aucune
$x \in [2; 3]$	$0,1(3-x)+1$	$0,1(7-x)+1,2$	aucune
$x \in [3; 7]$	$0,1(x-3)+1$	$0,1(7-x)+1,2$	$x=6$
$x \in [7; 8]$	$0,1(x-3)+1$	$0,1(x-7)+1,2$	aucune
$x \in [8; 10[$	$0,1(13-x)+1$	$0,1(x-7)+1,2$	$x=9$